Программа вступительного экзамена в МГТУ ГА по математике

В первом разделе перечислены основные математические понятия, которыми должен владеть поступающий как на письменном, так и на устном экзамене.

Второй раздел представляет собой перечень основных формул и теорем, с которыми необходимо ознакомиться при подготовке к экзамену.

В третьем разделе указано, какие навыки и умения требуются от поступающего на экзамене.

Объем знаний и степень владения материалом, описанным в программе, соответствуют курсу математики средней школы. Поступающий может пользоваться всем арсеналом средств из этого курса, включая и начала анализа. Однако для решения экзаменационных задач достаточно уверенного владения лишь теми понятиями и их свойствами, которые перечислены в настоящей программе. Объекты и факты, не изучаемые в общеобразовательной школе, также могут использоваться поступающими, но при условии, что он способен их пояснять и доказывать.

В связи с обилием учебников и регулярным их переизданием отдельные утверждения второго раздела могут в некоторых учебниках называться иначе, чем в программе, или формулироваться в виде задач, или вовсе отсутствовать. Такие случаи не освобождают поступающего от необходимости знать эти утверждения.

I. Основные понятия

1. Натуральные числа (N). Делимость. Простые и составные числа. Наиболь-ший общий делитель и наименьшее общее кратное.
2. Целые (Z), рациональные (Q) и действительные числа (R). Проценты. Мо-дуль числа, степень, корень, арифметический корень, логарифм. Синус, косинус, тангенс, котангенс числа (угла). Арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс числа.
3. Числовые и буквенные выражения. Равенства и тождества.
4. Функция, ее область определения и область значений. Возрастание, убывание, периодичность, четность, нечетность. Наибольшее и наименьшее значения функции. График функции.
5. Линейная, квадратичная, степенная, показательная, логарифмическая, тригонометрические функции.
6. Уравнение, неравенства, система. Решения (корни) уравнения, неравенства, системы. Равносильность.
7. Арифметическая и геометрическая прогрессии.
8. Прямая на плоскости. Луч, отрезок, ломаная, угол.
9. Треугольник. Медиана, биссектриса, высота.
10. Выпуклый многоугольник. Квадрат, прямоугольник, параллелограмм, ромб, трапеция. Правильный многоугольник. Диагональ.
11. Окружность и круг. Радиус, хорда, диаметр, касательная, секущая. Дуга окружности и круговой сектор. Центральный и вписанные углы.
12. Прямая и плоскость в пространстве. Двугранный угол.
13. Многогранник. Куб, параллелепипед, призма, пирамида.

14. Цилиндр, конус, шар, сфера.
15. Равенство и подобие фигур. Симметрия.
16. Параллельность и перпендикулярность прямых, плоскостей. Скрещивающиеся прямые. Угол между прямыми, плоскостями, прямой и плоскостью.
17. Касание. Вписанные и описанные фигуры на плоскости и в пространстве. Сечение фигуры плоскостью.
18. Величина угла. Длина отрезка, окружности и дуги окружности. Площадь многоугольника, круга и кругового сектора. Площадь поверхности и объем многогранника, цилиндра, конуса, шара.
19. Координатная прямая. Числовые промежутки. Декартовы координаты на плоскости и в пространстве. Векторы.

II. Основные формулы и теоремы

Алгебра

1. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.
2. Свойства числовых неравенств.
3. Формулы сокращенного умножения.
4. Свойства линейной функции и ее график.
5. Формула корней квадратного уравнения. Теорема о разложении квадратного трехчлена на линейные множители. Теорема Виета.
6. Свойства квадратичной функции и ее график.
7. Неравенство, связывающее среднее арифметическое и среднее геометриче-ское двух чисел. Неравенство для суммы двух взаимно обратных чисел.
8. Формулы общего члена и суммы п первых чисел членов арифметической прогрессии.
9. Формулы общего члена и суммы п первых членов геометрической прогрессии.
10. Свойства степеней с натуральными и целыми показателями. Свойства арифметических корней n-ой степени. Свойства степеней с рациональными показателями.
11. Свойства степенной функции с целым показателем и ее график.
12. Свойства показательной функции и ее график.
13. Основное логарифмическое тождество. Логарифмы произведения, степени, частного. Формула перехода к новому основанию.
14. Свойства логарифмической функции и ее график.
15. Основное тригонометрическое тождество. Соотношения между тригоно-метрическими функциями одного и того же аргумента. Формулы приведения, сложения, двойного и половинного аргумента, суммы и разности тригонометрических функций. Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента. Преобразование произведения синусов и косинусов в сумму. Преобразование выражения asinz + bcosz с помощью вспомогательного аргумента.
16. Формулы решений простейших тригонометрических уравнений.
17. Свойства тригонометрических функций и их графики.

Геометрия

1. Теоремы о параллельных прямых на плоскости.
2. Свойства вертикальных и смежных углов.

3. Свойства равнобедренного треугольника.
4. Признаки равенства треугольников.
5. Теорема о сумме внутренних углов треугольника. Теорема о внешнем угле треугольника. Свойства средней линии треугольника.
6. Теорема Фалеса. Признаки подобия треугольников.
7. Признаки равенства и подобия прямоугольных треугольников. Пропорциональность отрезков в прямоугольном треугольнике. Теорема Пифагора.
8. Свойство серединного перпендикуляра к отрезку. Свойство биссектрисы угла.
9. Теоремы о пересечении медиан, пересечении биссектрис и пересечении высот треугольника.
10. Свойство отрезков, на которые биссектриса треугольника делит противоположную сторону.
11. Свойство касательной к окружности. Равенство касательных, проведенных из одной точки к окружности. Теоремы о вписанных углах. Теорема об угле, образованном касательной и хордой. Теоремы об угле между двумя пересекающимися хордами и об угле между двумя секущими, выходящими из одной точки. Равенство произведений отрезков двух пересекающихся хорд. Равенство квадрата касательной произведению секущей на ее внешнюю часть.
12. Свойство четырехугольника, вписанного в окружность. Свойство четырехугольника, описанного около окружности.
13. Теорема об окружности, вписанной в треугольник. Теорема об окружности, описанной около треугольника.
14. Теоремы синусов и косинусов для треугольника.
15. Теорема о сумме внутренних углов выпуклого многоугольника.
16. Признаки параллелограмма. Свойства параллелограмма.
17. Свойства средней линии трапеции.
18. Формула для вычисления расстояния между двумя точками на координатной плоскости. Уравнение окружности.
19. Теоремы о параллельных прямых в пространстве. Признак параллельности прямой и плоскости. Признак параллельности плоскостей.
20. Признак перпендикулярности прямой и плоскости. Теорема об общем перпендикуляре к двум скрещивающимся прямым. Признак перпендикулярности плоскостей. Теорема о трех перпендикулярах.

III. Требования к поступающему

На экзамене по математике поступающий должен уметь:
1) выполнять (без калькулятора) действия над числами и числовыми выражениями; преобразовывать буквенные выражения; производить операции над векторами (сложение, умножение на число, скалярное произведение); переводить одни единицы измерения величин в другие;
2) сравнивать числа и находить их приближенные значения (без калькулятора); доказывать тождества и неравенства для буквенных выражений;
3) решать уравнения, неравенства, системы и исследовать их решения;
4) исследовать функции; строить графики функций и множеств точек на координатной плоскости, заданные уравнениями и неравенствами с параметрами;
5) изображать геометрические фигуры на чертеже; делать дополнительные построения; строить сечения; исследовать взаимное расположение фигур;

применять признаки равенства, подобия фигур и их принадлежности к тому или иному виду;
6) пользоваться свойствами чисел, векторов, функций и их графиков, свой-ствами арифметической и геометрической прогрессий;
7) пользоваться свойствами геометрических фигур, их характерных точек, линий и частей, свойствами равенства, подобия и взаимного расположения фигур;
8) пользоваться соотношениями и формулами, содержащими модули, степени, корни, логарифмические, тригонометрические выражения, величины углов, длины, площади, объемы;
9) составлять уравнения, неравенства и находить значения величин, исходя из условия задачи;
10) излагать и оформлять решение логически правильно, полно и последовательно, с необходимыми пояснениями.
На собеседовании поступающий должен дополнительно уметь:
11) давать определения, формулировать и доказывать утверждения (формулы, соотношения, теоремы, признаки, свойства и т. п., указанные во втором разделе настоящей программы;
12) анализировать формулировки утверждений и их доказательства;
13) решать задачи на построение циркулем, линейкой; находить геометрические места точек.